

# 中学校数学科

2年生

## 5 図形の性質と証明

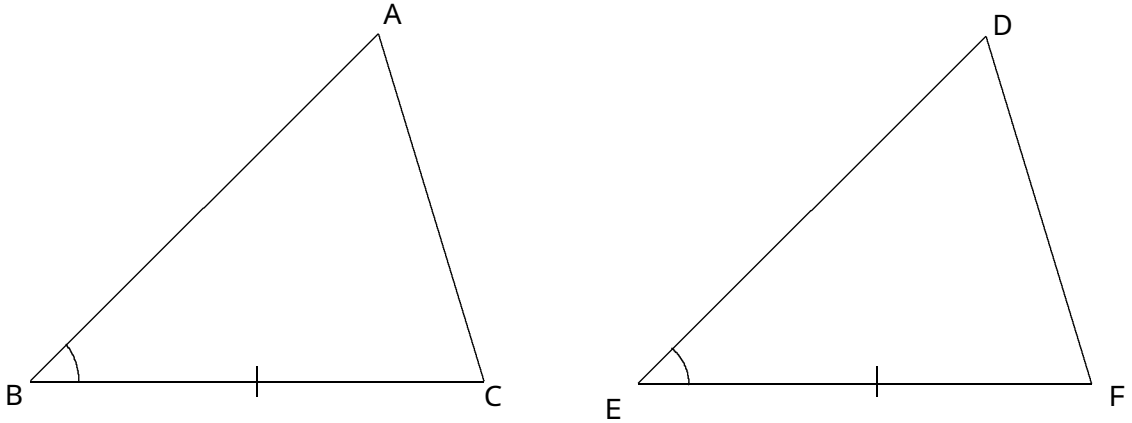
[問題]

中学校

年 組 号 氏名

## 練習問題

- 1 次の図で，  $\triangle ABC$  と  $\triangle DEF$  が合同であることを証明しようとしています。  $BC = EF$ ，  
 $\angle B = \angle E$  であることは分かっています。



三角形の合同条件を用いて証明するために，あと1つどのようなことが分かればよいですか。  
 下の  =  に分かればよいことを書きなさい。

・分かっていること

$$BC = EF$$

$$\angle B = \angle E$$

・分かればよいこと

=

## 練習問題

2 次の問いに答えなさい。

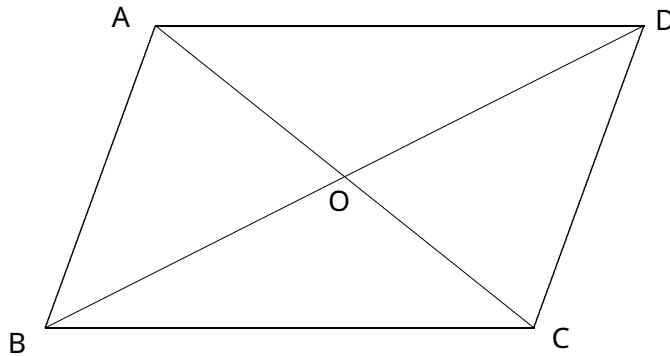
(1) 下の四角形 $ABCD$ は、2組の向かいあう辺がそれぞれ平行であるとき、平行四辺形になります。

下線部を、下の図の四角形 $ABCD$ の辺と、記号 $//$ を使って表すと、

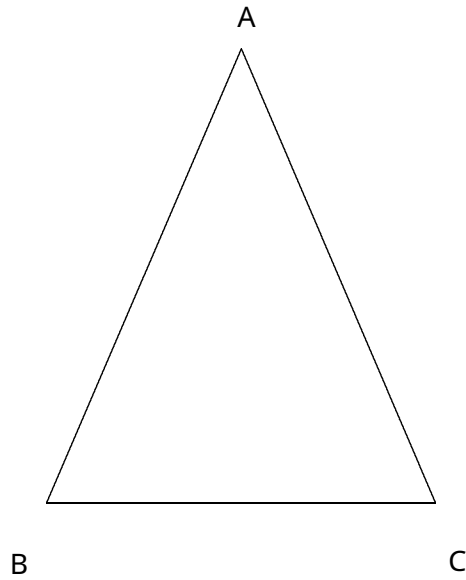
「 $AD//BC, AB//DC$ 」

となります。

この他にもあと4つ平行四辺形になるための条件があります。その4つの条件を記号  $//$  ,  $=$  などを使って表しなさい。ただし、点 $O$ は四角形の対角線 $AC, BD$ の交点とします。



(2) 次の図で、 $ABC$ は $AB = AC$ の二等辺三角形です。

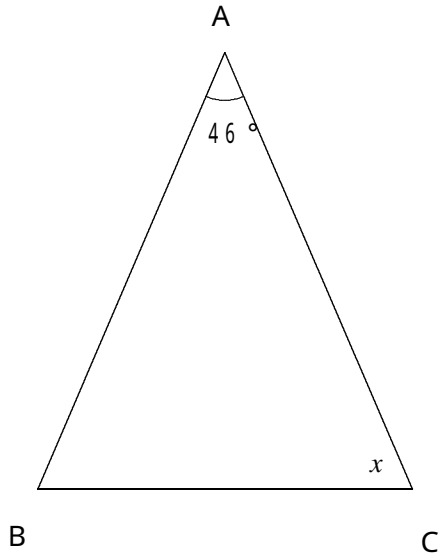


この二等辺三角形に、『 $AB = BC$ 』(または $AC = BC$ )という条件が付け加われば正三角形になります。これ以外に、付け加えれば $ABC$ が正三角形になる条件があります。その条件を記号で答えなさい。

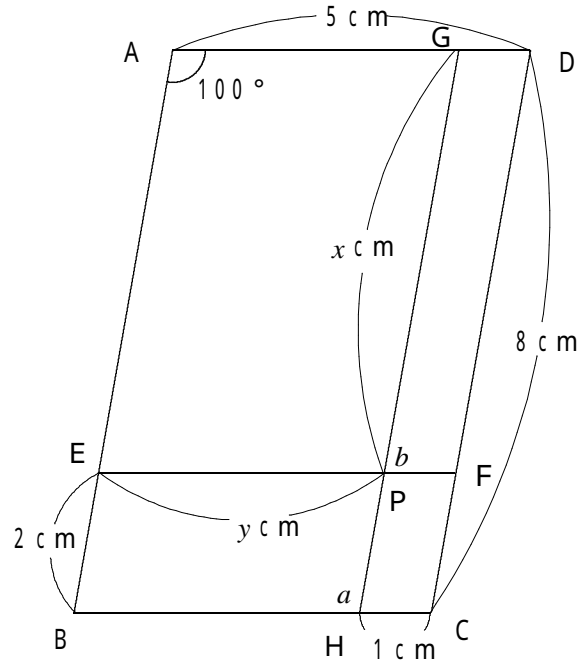
練習問題

3 次の角度や辺の長さを求めなさい。

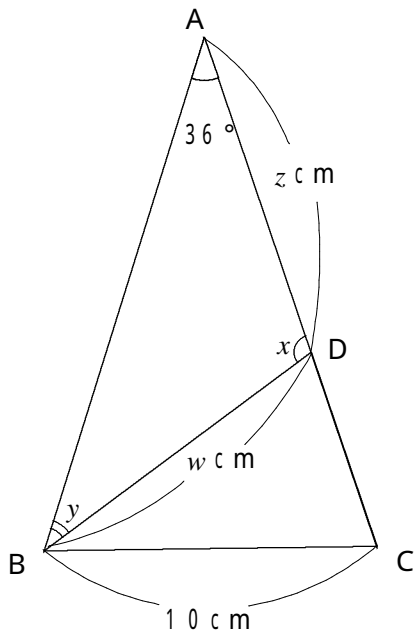
- (1)  $ABC$ が $AB = AC$ の二等辺三角形のとき、 $x$ の大きさを求めなさい。



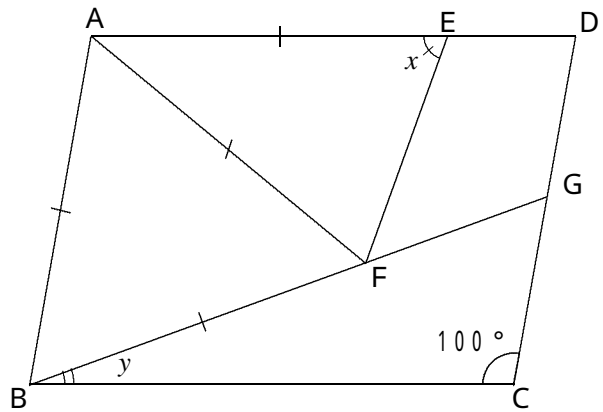
- (2) 四角形 $ABCD$ が平行四辺形で、 $AB \parallel GH$ 、 $AD \parallel EF$ のとき、 $x, y$ の値と、 $a, b$ の大きさをそれぞれ求めなさい。



- (3)  $ABC$ は $AB = AC$ の二等辺三角形です。 $B$ の二等分線と辺 $AC$ との交点を $D$ とする。このとき、 $w, z$ の値と、 $x, y$ の大きさを、それぞれ求めなさい。



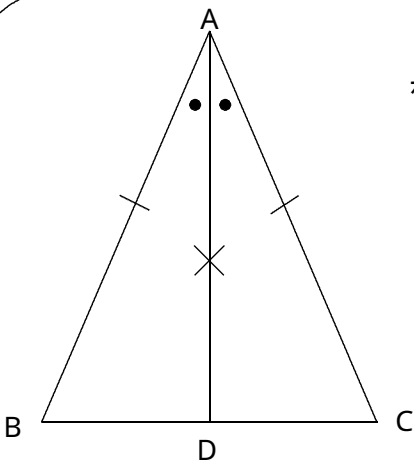
- (4) 四角形 $ABCD$ は $C = 100^\circ$ の平行四辺形で、 $ABF$ は $AB$ を1辺とする正三角形とする。辺 $AD$ 上に $AF = AE$ となる点 $E$ をとり、 $BF$ の延長と辺 $DC$ の交点を $G$ とする。このとき、 $x, y$ の大きさをそれぞれ求めなさい。



## 練習問題

- 4 「二等辺三角形の底角は等しい」ことを下のよう証明しました。あとの問いに答えなさい。

【証明】



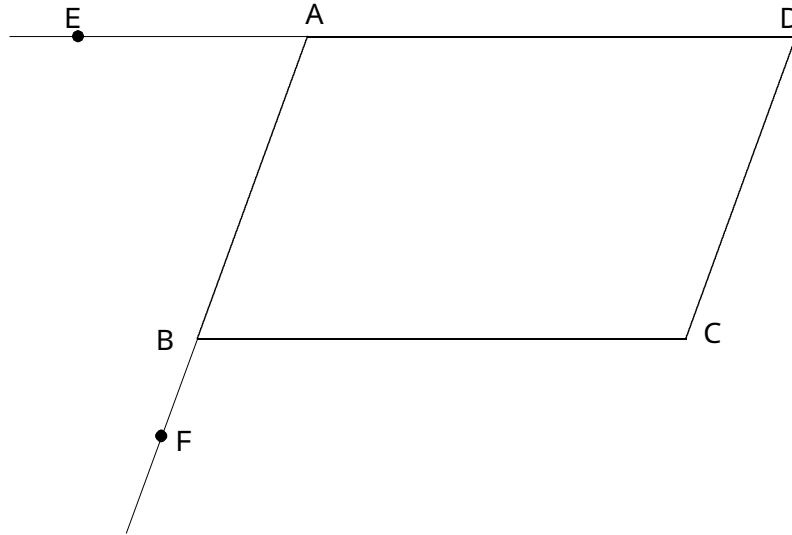
$AB = AC$  の二等辺三角形の、頂角の二等分線をひき、辺  $BC$  との交点を  $D$  とする。  
 $ABD$  と  $ACD$  で、  
 $ABC$  は二等辺三角形だから、  
 $AB = AC$  .....  
 $AD$  は  $A$  の二等分線だから、  
 $\angle BAD = \angle CAD$  .....  
 共通な辺だから、  
 $AD = AD$  .....  
 , , より、  
 ( ) ので、  
 $\triangle ABD \cong \triangle ACD$   
 よって、[ ] から、  
 $\angle B = \angle C$

- (1) ( ) にあてはまる三角形の合同条件を答えなさい。
- (2) [ ] にあてはまる言葉を答えなさい。
- (3)  $\triangle ABD$  と  $\triangle ACD$  の合同から、 $\angle B = \angle C$  以外のことも分かります。その分かることを下のアからエの中から1つ選びなさい。
- ア  $AD$  は  $BC$  を垂直に2等分する。
- イ  $AB = AD$  になる。
- ウ  $AB = BC = CA$  となり  $\triangle ABC$  は正三角形になる。
- エ  $AB = AC$  の二等辺三角形  $\triangle ABC$  でも、上の図と異なる場合は常に、 $\angle B = \angle C$  になるとは限らない。

## 練習問題

- 5 「平行四辺形の向かい合う角は等しい」ということを証明しました。あとの問いに答えなさい。

【証明】



上の図の  $ABCD$  で、辺  $DA$  の延長上に点  $E$  をとり、辺  $AB$  の延長上に点  $F$  をとる。

$ABCD$  だから、 $AD \parallel BC$ 。よって、

$$\angle DAB = (\text{ア}) \dots\dots$$

また、 $AB \parallel DC$  より、

$$(\text{ア}) = \angle C \dots\dots$$

、より、

$$\angle DAB = \angle C \dots\dots$$

同様に、 $AD \parallel BC$  より、

$$\angle ABC = (\text{イ}) \dots\dots$$

また、 $AB \parallel DC$  より、

$$(\text{イ}) = \angle D \dots\dots$$

、より、

$$\angle ABC = \angle D \dots\dots$$

よって、より、平行四辺形の向かい合う角は等しい。

(1) ( ア ), ( イ ) にあてはまる記号をかきなさい。

(2) , , の根拠となることから下のアからエの中からそれぞれ1つずつ選びなさい。

ア 対頂角が等しいから

イ 同位角が等しいから

ウ 錯角が等しいから

エ 三角形の内角の和は $180^\circ$ だから

(3) 平行四辺形の性質は、上で証明したことの他にもまだいくつかあります。平行四辺形の性質として正しいものを下のアからオの中から1つ選びなさい。

ア  $A = B$ ,  $C = D$ である。

イ  $A + B = 180^\circ$ ,  $C + D = 180^\circ$ である。

ウ 対角線が垂直に交わっている。

エ 対角線の長さが等しい。

オ  $AB = BC$ ,  $AD = DC$ である。

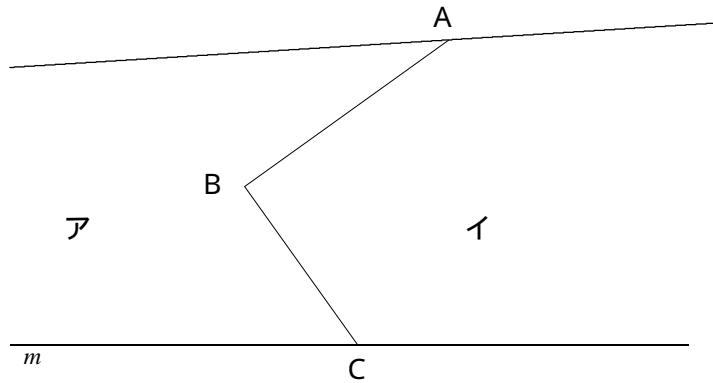


## 練習問題

6 次の問いに答えなさい。

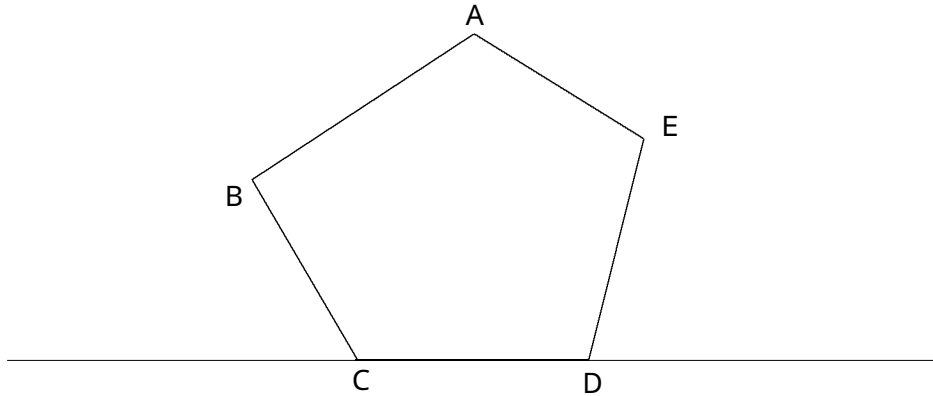
- (1) 下の図のように、直線 と  $m$  の間にあり、折れ線  $ABC$  を境界とする2つの土地ア、イがあります。それぞれの土地の面積を変えないで、境界を点  $C$  を通る線分  $CD$  に改めるとき、点  $D$  の位置を作図により求めなさい。

ただし、点  $D$  は直線 上にあるものとします。



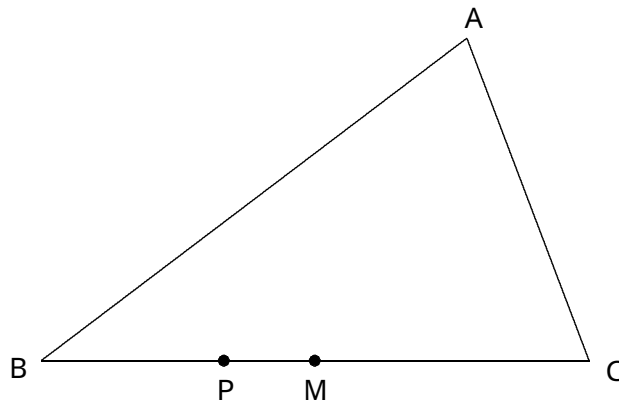
- (2) 次の五角形  $ABCDE$  と同じ面積の三角形  $AFG$  を作図しなさい。

ただし、点  $F, G$  は直線  $CD$  上にあるものとします。



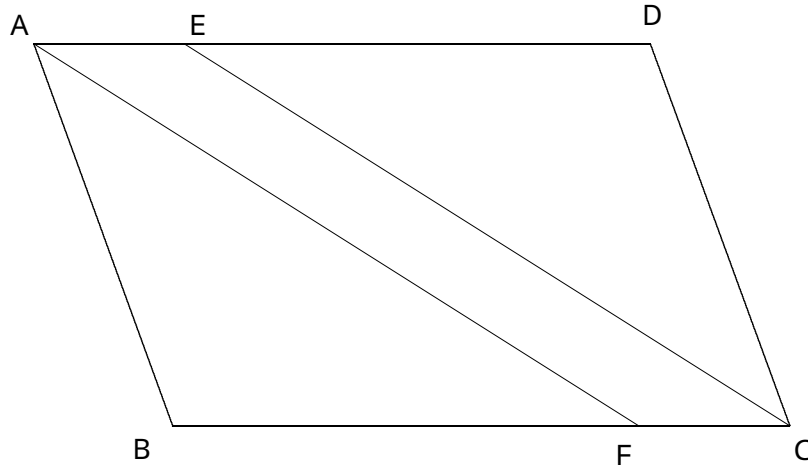
- (3) 次の三角形  $ABC$  で、点  $P$  を通り、三角形  $ABC$  の面積を2等分する直線をかきなさい。

ただし、点  $M$  は、 $BC$  の中点とします。



## 練習問題

- 7 下の図のように、平行四辺形 $ABCD$ の辺 $AD$ 、 $BC$ 上に、 $AE = CF$ となる点 $E$ 、 $F$ をそれぞれとります。このときできる四角形 $AFCE$ が平行四辺形なることを証明しました。あとの問いに答えなさい。



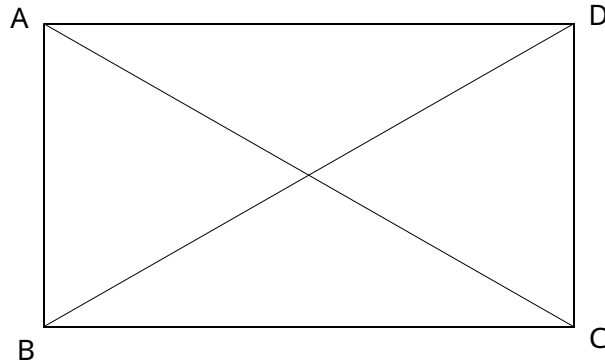
## 【証明】

四角形 $AFCE$ で、  
 四角形 $ABCD$ が平行四辺形であることより、向かい合う辺はそれぞれ  
 平行なので、  
                   (    ア    ).....  
 仮定から、  
                   (    イ    ).....  
 , から、  
                   (    ウ    )から  
 四角形 $AFCE$ は平行四辺形になる。

上の証明の中で、ア、イにはあてはまる式を、ウには平行四辺形になるための条件を答えなさい。

## 練習問題

- 8 下の図の四角形ABCDで、卓也さんと紳太郎さんが証明を考えています。あとの問いに答えなさい。



卓也さんは、次のように、「四角形ABCDが長方形ならば $AC = BD$ である」ことを証明しました。

## 【証明】

ABCと DCBで、四角形ABCDが長方形であれば、

$$AB = ( \quad )$$

$$\angle ABC = ( \quad ) = 90^\circ$$

共通な辺だから  $BC = ( \quad )$

よって、(  $\triangle ABC \cong \triangle DCB$  ) ので、

$$\triangle ABC \cong \triangle DCB$$

だから、

$$AC = BD$$

となる。

- (1) 上の から  $\triangle ABC \cong \triangle DCB$  には記号を、  $AC = BD$  には合同条件を書きなさい。

紳太郎さんは、卓也さんが証明した「四角形ABCDが長方形ならばAC=BDである」ことの逆を証明しようとしていました。

(2) 上の          のことがらの逆を答えなさい。

(3) (2)で答えた逆のことがらが、正しいか正しいとはいえないかを答えなさい。また、正しいとはいえない場合は、その例を1つ答えなさい。